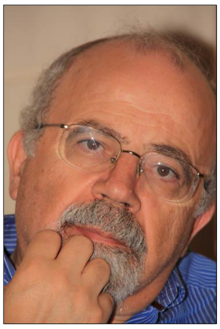
SOBRE O PROBLEMA DO ARRASTAMENTO

NAS FOTOGRAFIAS DE ESTRELAS SEM SEGUIMENTO DA CÂMARA



Guilherme de Almeida
(guilhermedealmeida(a)clix.pt)

Utilizando uma câmara fixa, as imagens de campos de estrelas conduzem, ao fim de pouco tempo de exposição, ao aparecimento de traços estelares (arrastamento) resultantes do movimento aparente da esfera celeste. Tal movimento, causado pela rotação da Terra, tem um período de 23 h 56 min 4,1 s que para efeitos práticos se pode arredondar para as 24 h.

Os traços estelares têm a sua própria beleza, se for esse o objectivo da fotografia. Mas nem sempre se pretende esse efeito. Para fotografar constelações de uma forma realista, registando estrelas suficientes, há que alongar a exposição. Tal alongamento, para além de um determinado tempo, leva ao aparecimento dos referidos traços estelares e as imagens das estrelas registadas deixarão de ser pontuais. É claro que a câmara pode ser fixada a uma montagem equatorial motorizada ou sobre um telescópio (*piggy-back*), acompanhando a rotação da esfera celeste, mas a nossa intenção é estabelecer os limites temporais da fotografia *com câmara fixa*, mantendo imagens estelares satisfatoriamente pontuais.

Um dilema a resolver

Se a câmara fotográfica estiver fixa, impõe-se escolher o melhor dos dois mundos: uma exposição suficientemente longa para registar estrelas fracas, mas ao mesmo tempo suficientemente curta para que o inevitável arrastamento não seja perceptível nas imagens finais. O objecto do presente artigo é deduzir, com base em diversas considerações iniciais, qual será esse tempo máximo de exposição.

Para alcançar este objectivo, terão de ser levados em conta diversos parâmetros que contribuem para esta exigência: a distância focal da objectiva, a declinação do centro do campo fotografado e o máximo comprimento admissível do traço estelar. Acompanhando os passos seguintes com papel e lápis o encadeamento dos raciocínios será fácil de acompanhar proveitosamente.

O tempo e a declinação

Falemos primeiro da medida do tempo. A esfera celeste roda (aparentemente como sabemos) uma volta completa em 23 h 56 min 4,1 s como referido anteriormente, o que corresponde a 24 h siderais exactas. Mas o astrofotógrafo cronometra as suas exposições em tempo solar médio (o tempo que marcam os relógios normais). No entanto, para tempos curtos, como os que aqui serão referidos, essa diferença (tempo sideral *versus* tempo solar médio) é desprezável: 9,83 s por hora, ou 0,163 s por cada minuto (1 s de tempo solar médio= 1,0027378…s de tempo sideral). Por isso, daqui em diante falaremos de minutos e segundos "normais" (ou seja, de tempo solar médio).

Um dos factores mais importantes na limitação do tempo de exposição é a declinação do centro do campo. Na verdade, a velocidade de desenvolvimento de um traço estelar depende sobremaneira da declinação da estrela correspondente. Uma estrela no equador celeste (declinação δ=0º) evolui no céu, em movimento aparente (crescimento do tamanho do traço), à velocidade

ω_0=15º/h, ou seja 15'/min.

Uma outra estrela, situada à declinação δ (positiva ou negativa), evoluirá com a velocidade

ω_δ= 15' (cos δ)/min, onde o factor "cos δ" é o co-seno da declinação da estrela.

Esta última expressão mostra que ω é máxima para δ=0º e anula-se para δ=+90º e δ=– 90º. Por exemplo, para δ=60º tal velocidade será metade da que é para estrelas no equador celeste, dado que cos 60º=0,5. Isto significa que, se todos os outros factores forem iguais, com a mesma exposição, uma estrela a 60º de declinação produzirá um traço com metade do comprimento produzido por outra estrela no equador celeste. Isto é equivalente a afirmar que, para um mesmo comprimento final do traço estelar, a exposição para δ=60º poderá ser o dobro da que sucede para δ=0º. Por este facto, mais perto do equador celeste as exposições têm de ser mais curtas, se se quer evitar o arrastamento.

O tamanho do pixel da câmara e a distância focal da objectiva

Outros factores determinantes são o tamanho de cada píxel (*d*) no sensor da câmara e a distância focal (*f*) da objectiva. Note-se que *f* representa a distância focal nativa da objectiva, multiplicada pela correcção de factor para o formato 24x36 mm (*****). Por exemplo, num APS-C Canon cujo sensor mede 15 mm x 22,5 mm seria *f*x1,6 (dado que 36/22,5=1,6).

Aceite-se como arrastamento máximo admissível o valor 2*d*, o dobro do tamanho do pixel. Veja-se que isto representa uma consideração de mero bom senso, mas é sem dúvida uma exigência severa, como veremos adiante. Nestas condições, o arrastamento *angular* máximo admissível (que representaremos por *R*) em relação ao centro óptico da objectiva, O, será, dado, em radianos, por

$R = \dfrac{2\,d}{f}$. E o correspondente valor em graus será $R = \dfrac{2d}{f} \times 57{,}3$.

(o factor 57,3 deve-se ao facto de que 1 radiano = 57,296º ≈ 57,3º).

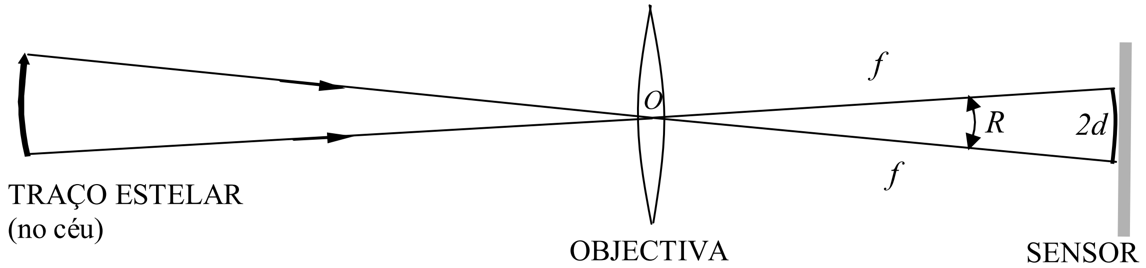


Fig. 1. Ilustração explicativa da relação anteriormente referida, entre *d*, *f* e *R*. As distâncias não estão representadas à escala. Guilherme de Almeida, 2012.

Como referimos, uma estrela no equador celeste (declinação 0º), roda 15º/h, exprimindo-se aqui a velocidade de progressão do seu traço estelar. E se for na declinação δ a estrela arrasta--se 15º (cos δ)/hora. Podemos, portanto, estabelecer a proporção simples:

$$\frac{15^\circ \cos\delta}{3600\ \mathrm{s}} = \frac{R}{t},$$

onde *t* é a exposição máxima, em segundos, permitida nas premissas indicadas. Considerando o valor de *R* em graus, atrás referido, podemos escrever

$$\frac{15^{\circ}\cos\delta}{3600\ \mathrm{s}}=\frac{2\,d\times 57{,}3}{f\ t}$$

Note-se que *d* e *f* têm de estar indicados nas mesmas unidades, por exemplo em milímetros. Desta última expressão conclui-se que:

$t=\dfrac{3600\times 2\,d\times 57{,}3}{15\,f\cos\delta}$, ou ainda, fazendo algumas das contas (com os números já presentes):

$t=\dfrac{13752\times 2\,d}{f\cos\delta}$ (manteve-se o factor 2*d* isolado, porque vai haver vantagem no final do cálculo).

Por exemplo, para *d*=10 micrómetros=0,01 mm, com *f*=50mm e δ=0º, sabendo-se que cos 0º=1, teremos

t =13752×2×0,01/50 obtendo-se assim t =5,5 s.

Este tempo parece curto, quando comparado com os valores normalmente tabelados. De facto, algumas tabelas indicam tempos de exposição máximos de 500/*f* (e por vezes 600/*f*), o que para *f*=50 mm admitiria o tempo máximo de 10 segundos, ou seja, praticamente o dobro do tempo anteriormente deduzido. No entanto, convém recordar que adoptámos duas premissas iniciais:

1. tamanho do pixel de 10 μm;
2. limite de aceitação do arrastamento linear igual a duas vezes a dimensão de cada píxel do sensor (2*d*).

A condição (2) é muito exigente e corresponde a explorar ao extremo toda a resolução da imagem, o que raramente (ou nunca) será o caso numa imagem de campo extenso. Em geral essas imagens serão redimensionadas a 50% e quase nunca impressas na sua resolução plena. E se o fossem, com as câmaras modernas, as imagens seriam enormes, portanto destinadas a ser vistas a alguma distância, o que esconderia pequenos arrastamentos. Por outro lado, a tolerância depende dos limites de aceitação do utilizador, como veremos adiante.

Reconsideração das premissas, avaliando a visualização final das imagens

Impõe-se verificar se o tamanho assumido para o pixel (10 μm) é realista ou não. Por exemplo, nas câmaras digitais *Canon 50D* o tamanho do pixel é 5,7 μm, como se pode consultar nos dados técnicos desta câmara. Tomemos então, como hipótese realista de trabalho, o valor *d*= 5,7 μm (0,0057 mm).

É também essencial reconsiderar o limite de aceitação do arrastamento, tendo em conta a visualização da imagem final: será mesmo o tamanho de 2 píxeis? Não se poderá tolerar um arrastamento maior, ainda imperceptível? Numa impressão a 300 dpi, haverá 300 píxeis numa extensão linear de 25,4 mm impressos (1 polegada=25,4 mm), ocupando cada pixel, na impressão 25,4/300=0,0847 mm. À distância média de leitura, um arrastamento de 0,33 mm passa despercebido e ainda será aceitável na observação dessa imagem. Isso corresponderá a 0,33/0,0847=3,896 "píxeis impressos", aproximadamente 4 píxeis. Transpondo para o sensor (*chip*), serão cerca de 4*d* em vez dos 2*d* anteriormente referidos.

Retomando a expressão anterior, utilizando 4*d* em vez de 2*d*, passará a ser $t = \dfrac{13752 \times 4\, d}{f \cos\delta}$.

Veja-se que, aceitando 4*d* como limite admissível para o arrastamento no *chip*, e tomando esse valor em vez de 2*d*, já obteremos

$t = 13752 \times 4 \times 0{,}0057/f$, ou seja, $t = 313/f$.

Isto daria uma exposição de 6,26 s para uma objectiva de f=50 mm, fotografando uma estrela de declinação nula (estrela no equador celeste).

Se a imagem (originalmente de 15 megapíxeis, numa Canon 50D, por exemplo) for redimensionada para 50%, e impressa nessa nova dimensão, também a 300 dpi, os traços estelares terão metade do tamanho que tinham na resolução plena, podendo-se duplicar a exposição (é como se os píxeis tivessem o dobro do tamanho). Chega-se assim à condição limite $t = 616/f$, ou seja, cerca de 12,6 s para uma objectiva de f=50 mm, para uma estrela de δ=0º. Este é o limite mais tolerante, e já não muito exigente. Querendo estrelas mesmo pontuais, será preferível o critério $t_{máx}=313/f$.

Resumindo (para píxeis de 5,7 μm) **e para declinação nula**:

1. critério extremamente exigente (2*d*): $t_{máx}=157/f$ ≈ **160/*f*** (apenas útil para a exploração plena da resolução do sensor); veja-se a nota final ******;
2. critério exigente (4*d*): $t_{máx}=313/f$ ≈ **300/*f***;
3. critério mediano (2x4*d*): $t_{máx}=626/f$ ≈ **600/*f*** (imagens redimensionadas a 50%);

Em todo o caso, será importante conhecer o tamanho do píxel em casos concretos que se afastem do exemplo citado. Outra forma de pensar é aceitar que, no *chip*, o arrastamento não poderá exceder 4x0,00057 mm=0,023 mm, para que o arrastamento não seja perceptível na visualização final da imagem obtida, supondo que a imagem impressa será maior do que o sensor pelo factor 0,33/0,023≈14,3. Num sensor de imagem típico, medindo 22,2 mm x 14,8 mm, isto daria uma fotografia impressa de 317 mm x 212 mm.

O pior caso possível é no equador celeste. Garantidas aí as estrelas pontuais, em todo o céu restante elas ficarão pontuais. Para outras declinações, os tempos máximos admissíveis serão proporcionais a 1/cos δ , pelo que a tabela seguinte dá uma orientação útil.

Factores de alongamento permitidos na exposição, para diferentes declinações, relativamente à declinação 0º (estrelas no equador celeste)

Declinação (δ)	0º	10º	20º	30º	40º	50º	60º	70º	80º	90º
Factor de alongamento na exposição (1/cosδ)	1,00	1,02	1,06	1,15	1,31	1,56	2,00	2,92	5,76	Sem limite

Nesta tabela, os valores indicados para as declinações (δ) são positivos para as estrelas a norte do equador celeste e negativos a sul do equador celeste. No equador celeste, por definição, a declinação é nula (δ=0º).

Podem fazer-se tabelas de tempos máximos para diferentes declinações, usando a tabela anterior e os critérios acima referidos, ou então ir para uma declinação de 60º e adoptar esse valor para todo o céu, mas isso seria sob o risco de ver (garantidamente) aparecer pequenos traços nas estrelas junto ao equador celeste…

Deve haver especial cuidado nas objectivas grande-angulares, pois embora se possa apontar a câmara para declinações elevadas (mais tolerantes, como vimos), o campo extenso da objectiva mostrará também estrelas de declinações menores, juntas ao equador celeste, mais rápidas e mais críticas quanto aos tempos a cumprir para evitar arrastamento visível nas imagens.

Por decisão pessoal, o autor não escreve segundo o novo Acordo Ortográfico

Sobre o conceito de declinação e terminologia astronómica, o leitor poderá consultar:

Máximo Ferreira e Guilherme de Almeida —*Introdução à Astronomia e às Observações Astronómicas*, 7.ª Edição, Plátano Editora, Lisboa 2004.

Referência e sinopse acessível em: http://www.platanoeditora.pt/index.php?q=C/BOOKSSHOW/16
Índice: http://www.platanoeditora.pt/files/271/963.pdf
Introdução: http://www.platanoeditora.pt/files/271/966.pdf

NOTAS FINAIS

(*) — Por exemplo, se um sensor 15 mmx22,5 mm é menor do que um 24 mmx36 mm (por um factor 24/15=1,6x), quando chega a altura de imprimir em papel, com igual tamanho (digamos 30 cmx40 cm), surge um factor a correctivo a considerar. Na impressão feita a partir do 15 mmx22,5 mm temos de ampliar mais do que se fosse a partir de um 24 mmx36 mm: ampliar precisamente 1,6x. É esta a origem do factor correctivo. Embora o tempo dos ampliadores fotográficos já esteja longe, estou aqui a chamar "ampliação" ao quociente do tamanho linear final da cópia impressa pelo tamanho linear homólogo do sensor.

(**) — O valor de f nas expressões indicadas em 1, 2 e 3 (da página 4) é o que resulta da multiplicação da distância focal nativa da objectiva pelo factor correctivo. Por exemplo, se uma objectiva tem 100 mm de distância focal nominal e se o seu factor de correcção é 1,6x, nesse caso o valor f a utilizar nas equações referidas deverá ser 100 mmx1,6=160 mm. Algumas objectivas indicam o valor da distância focal já afectado do factor correctivo.