

A matemática das lentes de Barlow



Guilherme de Almeida
g.almeida@vizzavi.pt

Crédito da fotografia: Guilherme de Almeida (2004)

A lente de Barlow e a justificação do seu funcionamento foram já referidas anteriormente no número n.º 12 de *Astronomia de Amadores*, de Outubro-Dezembro de 2001, pág. 27 (artigo *O Mistério da Lente de Barlow*). O aspecto inovador do presente artigo reside no cálculo prático da amplificação *em uso* das lentes de Barlow (que não é fixa), segundo um processo independente do modelo e marca da lente de Barlow, adaptando-se a todas as marcas.

1. Introdução

A figura 1 mostra o corte longitudinal de uma lente de Barlow. Aumentos da distância d conduzem a amplificações (A) superiores à amplificação nominal da Barlow, o que permite, dentro de certos limites (v. nota 1) uma razoável flexibilidade quanto às amplificações possíveis com uma mesma lente de Barlow. Estes dados estão disponíveis para marcas e modelos determinados. Por exemplo, a marca *Televue* dá tabelas para as suas lentes de Barlow, relacionando A com d (utilizando d expresso em milímetros), o que só serve para os modelos indicados (v. nota 2). Neste artigo obteremos uma fórmula que serve para todas as lentes de Barlow, de qualquer fabricante e de qualquer modelo (v. nota 3).

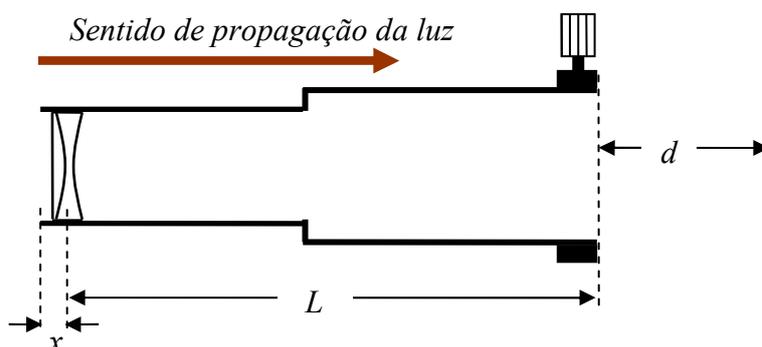


Fig. 1. Representação de uma lente de Barlow em corte longitudinal. A distância x mede-se entre o extremo do tubo e o ponto médio da lente (vale cerca de 7 mm). L é a distância entre o ponto médio da lente e a boca do tubo (onde se inserem as oculares). A distância d mede o afastamento entre a boca do tubo e o plano onde a imagem final se vai formar. Por concepção, a amplificação da Barlow é definida para $d = 0$. Imagem: Guilherme de Almeida (2016).

Na figura 2 podemos ver que a imagem primária do objecto observado, dada pela objectiva, forma-se (não havendo lente de Barlow) no plano focal que contém o foco principal-imagem, F' . Com a lente de Barlow, esta imagem primária é tomada como objecto virtual (à distância

p da Barlow) e a Barlow vai produzir, a partir deste objecto virtual, uma imagem real, mais afastada, à distância p' da lente de Barlow. Essa imagem será maior do que a imagem primária inicial.. No caso da figura 2, a Barlow está a amplificar 2x.

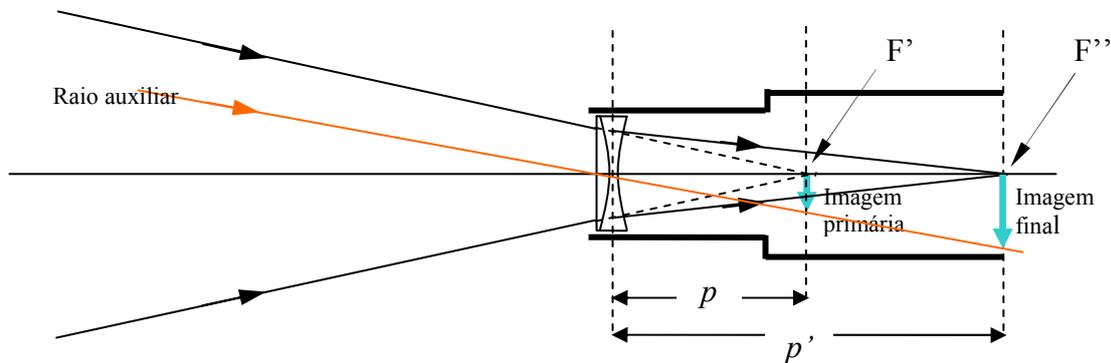


Fig. 2. A lente de Barlow estreita o cone de luz que vem da objectiva, de tal modo que a distância focal nativa da objectiva é multiplicada pelo quociente p'/p , denominado amplificação da Barlow. Por exemplo se $p'/p=2$, a amplificação da Barlow será de duas vezes (abreviadamente: 2x). Imagem: Guilherme de Almeida (2016).

2. Considerações inerentes ao cálculo

Dado que p é a distância entre a lente e um objecto virtual, esta distância (entendida como coordenada de posição) será negativa, por convenção óptica ($p < 0$). Assim sendo, a amplificação nominal (A) da lente de Barlow é dada por

$$A = -\frac{p'}{p}, \text{ ou seja, } p = -\frac{p'}{A}, \quad \text{(equação [1])}$$

onde p designa a distância da lente ao objecto virtual.

A equação de Gauss dos pontos conjugados relaciona a distância focal (f) de uma lente com a distância-objeto (p) e a distância-imagem (p'), na forma seguinte:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'},$$

Como a distância focal de uma lente divergente é, por definição, negativa, vamos incluir o sinal “-” já dentro da equação e passaremos a tomar o valor absoluto de f para a distância focal da lente de Barlow, nos nossos cálculos:

$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}, \text{ e substituindo nela a equação [1], obtemos}$$

$$-\frac{1}{f} = -\frac{A}{p'} + \frac{1}{p'} \text{ de onde se obtém } p' = f(A - 1) \quad \text{(equação [2])}$$

Como já se referiu, a *amplificação nominal* de uma lente de Barlow é definida para a distância d nula (o significado da distância d é explicado na figura 1). Neste caso, a imagem final forma-se no plano da boca do tubo da Barlow (com $p' = L$), situação típica do uso da Barlow com oculares, própria da observação visual. Porém, a amplificação nominal de uma

lente de Barlow *não é fixa* e depende da distância d . Valores crescentes de d ($p' > L$) conduzem a ampliações maiores do que a amplificação nominal.

No caso da observação visual, a ocular inserida leva o seu diafragma de campo praticamente para o plano da boca do tubo da Barlow e a amplificação pouco ou nada diferirá do seu valor nominal, gravado na Barlow. Porém, o observador *pode* criar intencionalmente uma distância suplementar (d) entre a boca do tubo da Barlow e a sua ocular, para obter uma amplificação superior à nominal. Para isso, o utilizador visual pode inserir um tubo prolongador na sua Barlow. E com o presente artigo pode calcular a amplificação que a sua Barlow passa a ter. Se d não for nulo, p' pode escrever-se como $p' = L+d$. Note-se que p' coincide com L para $d = 0$. Como já foi referido, a amplificação da Barlow só assume o seu valor nominal para $d = 0$.

No caso do uso astrofotográfico de uma lente de Barlow, a distância d nunca pode ser nula e em geral assumirá valores bastante significativos, que devem ser levados em conta, dado que modulam a amplificação da Barlow, determinando fortemente a distância focal *efectiva* que presidiu à captação da imagem.

3. Análise dos casos das Barlows de 2x e de 3x

Barlow de 2x

A equação [2] mostra que, numa Barlow de 2x ($A = 2$), no caso em que se faz uso da amplificação nominal ($d = 0$) se tem $p' = f(2 - 1) = f$, ou seja, neste caso $p' = f = L$. Esta circunstância sugere a utilização prática de L como “unidade” para a medida de d em todas as lentes de Barlow. Esta forma de quantificação permite uma muito maior generalidade de uso. O valor absoluto da distância focal desta Barlow é, conseqüentemente, $f = L$.

Por exemplo, se $d = L$, o novo valor de p' (que podemos designar como p'_2) será $p'_2 = 2f$ e a equação [2] dá-nos imediatamente

$2f = f(A_2 - 1)$; a nova amplificação, a que chamaremos A_2 , será tal que $2 = A_2 - 1$ e A_2 será, portanto, igual a 3 ($A_2 = 3x$). Se for $d = 2L$, obteremos $A_3 = 4x$ e assim sucessivamente.

Na Barlow de 2x, por cada acréscimo de $L/2$ (na distância d) a amplificação da Barlow soma 0,5x ao valor nominal. E soma 1x por cada acréscimo de valor L .

Barlow de 3x

No caso de uma Barlow de 3x, em uso com a sua amplificação nominal ($d = 0$, $p' = L$), a equação [2] mostra que a sua distância L vale $L = f(3 - 1)$, ou seja, $L = 2f$. O valor absoluto da distância focal desta Barlow é, portanto, $f = L/2$.

No caso em que $d = L$, o novo valor de p' (que podemos designar como p'_2) será $p'_2 = 4f$ e a equação [2] dá-nos imediatamente

$4f = f(A_2 - 1)$ e a nova amplificação, a que chamaremos A_2 , será tal que $4 = A_2 - 1$ e A_2 será, portanto, igual a 5 ($A_2 = 5x$). Se for $d = 2L$, obteremos $A_3 = 7x$ e assim sucessivamente.

Na Barlow de 3x, por cada acréscimo de $L/2$ (na distância d) a amplificação da Barlow soma 1x ao valor nominal. E soma 2x por cada acréscimo de valor L .

Para poupar cálculos eventualmente fastidiosos ao leitor, os dados foram generalizados para diversos valores de d e estão apresentados, já prontos a utilizar, na figura 3. Os mesmos dados apresentam-se também, de uma forma diferente, na figura 4.

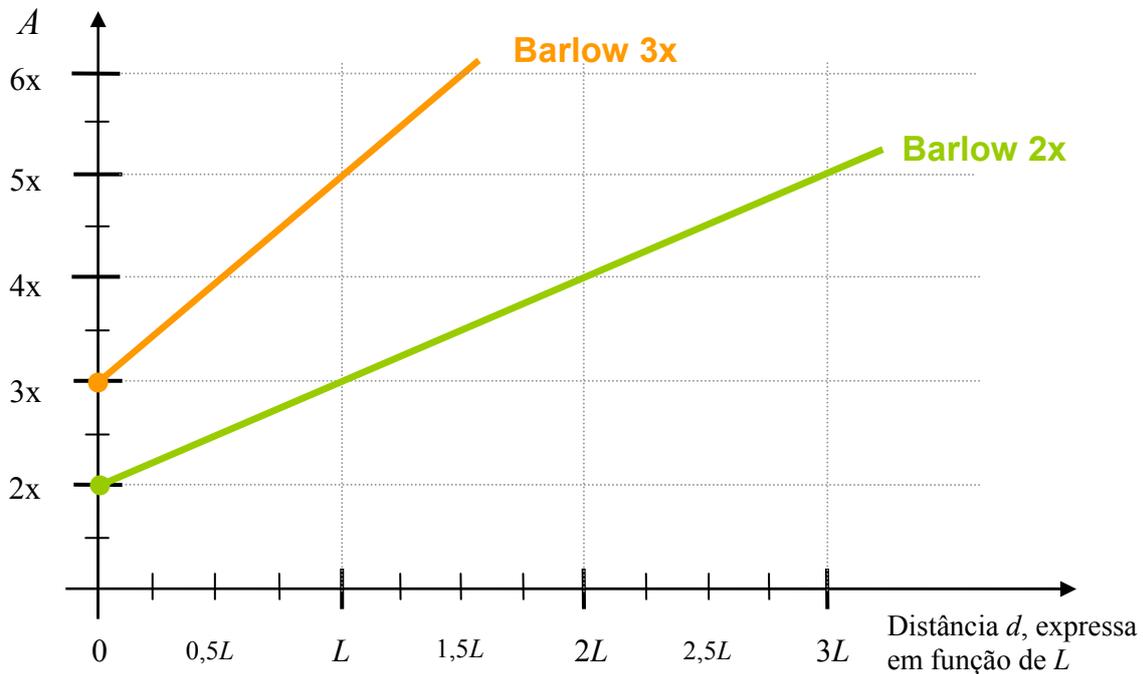


Fig. 3. Relação entre a distância d e a amplificação A de uma lente de Barlow (v. nota 4). Estes valores, pela forma como foram quantificados, servem para qualquer lente de Barlow, de qualquer modelo, de qualquer fabricante. Imagem: Guilherme de Almeida (2016).

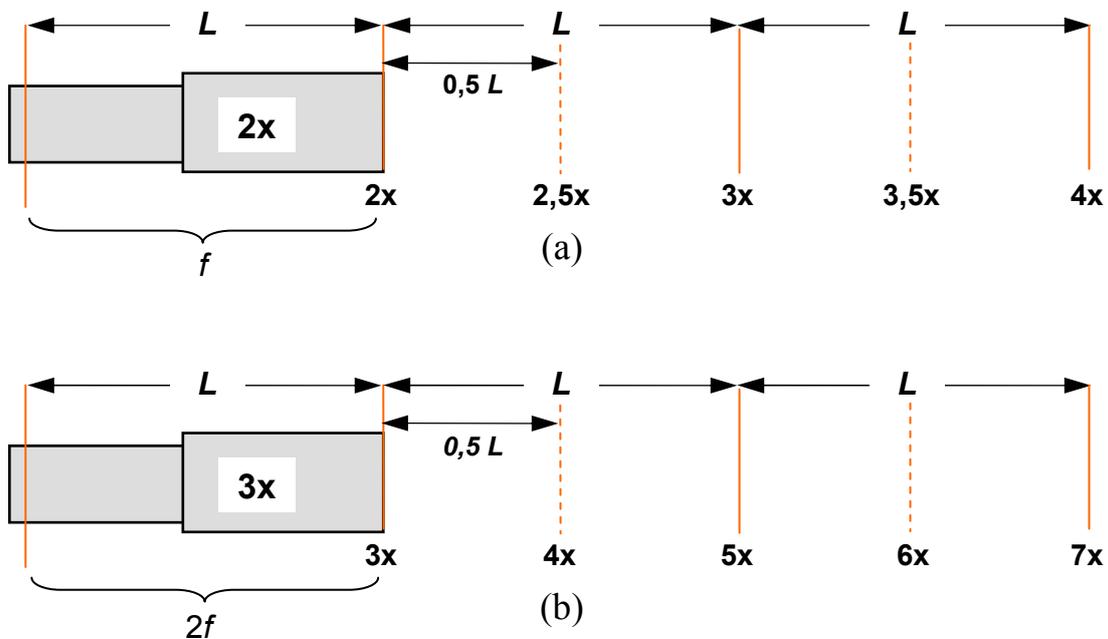


Fig.4. Os resultados da figura 3 expressos de outra forma. Variação de A com d , para diversos valores de d entre 0 e $3L$. Apresentam-se esquematicamente as posições dos planos-imagem para Barlows de 2x (a) e de 3x (b), com indicação das correspondentes ampliações obtidas. Imagem: Guilherme de Almeida (2016)

Recomenda-se ao leitor que, na medida de L na(s) sua(s) lente(s) de Barlow, não se esqueça de subtrair cerca de 7 mm ao comprimento total mecânico (o valor x está explicado na figura 1). Note-se que a distância p' é medida desde a lente (ponto médio da sua espessura) e não desde o início do tubo, dado que a lente tem pelo menos dois elementos e está em geral rebaixada em relação à extremidade do tubo.

O valor de x deve ser medido com cautela, em cada caso particular, mas sem obsessões de perfeição. Não é necessária uma grande exactidão na determinação de x , dado que x é muito inferior a L . Como L é quase sempre superior a 100 mm, um erro de 2 mm da determinação de x induz um erro relativo inferior a 2% na determinação de L .

4. Cálculo directo para uma lente de Barlow em particular

Também é possível personalizar o cálculo para a Barlow do leitor. Como sabemos que $p'=L+d$, a equação [2] pode ser reescrita como

$$L + d = f(A - 1), \text{ onde } A \text{ designa a amplificação em uso.} \quad \text{(equação [3])}$$

Nesta nova forma, é possível calcular pontualmente o valor de d para um dado A , e reciprocamente. No caso dos observadores visuais, para calcular o prolongamento a criar com vista a uma dada amplificação pretendida para a Barlow.. No caso dos astrofotógrafos, pode medir-se a distância d da extremidade do tubo da Barlow ao sensor, exprimindo essa distância em função de L . Basta depois utilizar a figura 3 (ou a figura 4), de modo a obter a amplificação que a lente de Barlow produz nessas condições.

Exemplo 1

Tome o leitor a sua Barlow nas mãos e meça a distância L . Admitamos que no seu caso obteve $L = 114$ mm. Se for uma Barlow de 2x, o valor absoluto da distância focal dessa Barlow será $f = L$, ou seja, $f = 114$ mm (figura 4). Se a distância d for 62 mm, será, de acordo com a equação [3],

$$114 + 62 = 114 (A - 1) \Leftrightarrow A - 1 = (114+62)/114 \Leftrightarrow A = 2,54x.$$

Para $d = 100$ mm obter-se-ia (usando o mesmo tipo de cálculo, mas com diferentes números) $A = 2,88x$

Exemplo 2

Também é possível, invertendo o cálculo, determinar o valor d adequado para obter uma determinada amplificação pretendida. Admita-se que o leitor tem uma Barlow de 3x, com $L = 128$ mm. Neste caso $f = 128/2 = 64$ mm. Que valor d será necessário para obter 3,7x ?

$$128 + d = 64 (3,7 - 1) \text{ [utilizando novamente a equação (3)].}$$

$$128 + d = 172,8 \Leftrightarrow d = 44,8 \text{ mm} \approx 45 \text{ mm.}$$

Para obter 4,5x precisaríamos de $d = 96$ mm.

Exemplo 3

Podemos ainda utilizar apenas parte do tubo da Barlow, se ele puder ser desenroscado, de modo a colocar a lente mais perto (do que a distância L) da ocular ou do sensor fotográfico, obtendo uma amplificação *menor do que a nominal*. Isso pode ser feito quer no contexto do

exemplo 1 quer no contexto do exemplo 2. Para concretizar, admitamos que se tratava de uma Barlow de 2x, com $L=120$ mm (valor medido antes de desenroscar o tubo da Barlow); $f=120$ mm (por ser uma Barlow de 2x, $f=L$). Que amplificação se obterá, colocando a lente de Barlow apenas a 70 mm do sensor fotográfico?

A equação [2], $p' = f(A - 1)$, conduz-nos a $70 = 120(A - 1) \Leftrightarrow A = 1,58x$

Se a lente de Barlow fosse colocada a 58 mm do sensor, a amplificação obtida seria ainda menor: 1,48x.

5. Conclusão

Neste artigo procurámos desmistificar a lente de Barlow e mostrar que a sua amplificação nominal, gravada pelo fabricante, não é um valor fixo e que, consoante as condições de utilização, esse valor pode variar muito. Deste modo, fica o leitor alerta para a informação de que nem sempre está a usar a amplificação da Barlow que pensava ter ou, no sentido inverso, passa a poder modular intencionalmente a amplificação deste útil acessório, de acordo com os seus interesses e objectivos.

Este artigo original vai ao encontro dos interesses de muitos utilizadores de lentes de Barlow, quer na perspectiva meramente visual quer na utilização fotográfica. Resta-me esperar que os leitores encontrem utilidade neste artigo e que tirem dele o maior proveito possível.

Referências:

Guilherme de Almeida — *Telescópios*, Plátano Editora, Lisboa, 2004.

<http://www.platanoeditora.pt/index.php?q=C/BOOKSSHOW/15>

http://www.astrosurf.com/re/indice_telescopios.pdf

(1) – De um modo geral, as lentes de Barlow são optimizadas para a sua amplificação nominal. Fora dela, a aberração de esfericidade (principalmente) aumenta à medida que cresce a distância d . No entanto, a imagem ainda é muito satisfatória para amplificações até ao dobro da amplificação nominal. No entanto, convém não abusar desta liberdade e com o triplo da amplificação nominal os resultados podem já não satisfazer o utilizador. Mas a experimentação é livre e recomenda-se.

(2) – Os dados indicados pela marca *Televue* podem ser vistos aqui:

http://www.televue.com/engine/TV3b_page.asp?id=52&Tab=photo

http://www.televue.com/engine/TV3b_page.asp?id=53&Tab=app#MagChart

(3) – O especificado neste artigo refere-se estritamente às lentes de Barlow, propriamente ditas, de qualquer marca e modelo, que em geral têm dois ou três elementos ópticos. Este artigo *não se aplica* aos sistemas telecêntricos como as *Powermate* e similares, que se fundamentam em outros princípios ópticos. Embora estes últimos sistemas possam ser usados *como* lentes de Barlow, não o são na acepção óptica do termo.

(4) – Se o leitor preferir uma fórmula generalizada (exprimindo directamente A como função de d), pode partir da equação (3), reescrevendo-a como $A = 1 + (L+d)/f$ e tendo em atenção que $f = L$ na Barlow de 2x e $f = 0,5L$ na Barlow de 3x. A representação gráfica será uma recta de ordenada na origem igual a $A_{(nominal)}$ e declive $1/L$ (na Barlow de 2x) ou $2/L$ (na de 3x), como mostra a fig. 3. Refira-se ainda que, por exemplo, numa Barlow de $A = 1,8x$, a equação $L = f(A-1)$ dá directamente $L = f(1,8 - 1) = 0,8 f$.